

Введение

Методические указания посвящены одному из аналитических методов кинематического анализа плоских рычажных механизмов и предназначены для студентов, использующих эти методы в курсовых проектах и расчетно-графических работах.

Методические указания включают изложение методики кинематического анализа механизма 2-го класса, состоящего из входного звена, и нескольких групп Ассур четырех из пяти возможных модификаций. В качестве примера приведен расчет шестизвенного механизма, состоящего из ведущего звена и двух групп Ассур. Для удобства использования алгоритма расчета в приложении приведены формулы для расчета четырех модификаций групп Ассур.

В данных методических указаниях предлагается метод кинематического анализа механизмов с использованием передаточных функций. Этот метод позволяет находить кинематические функции механизма как его геометрические характеристики, не связанные со скоростью входного звена.

В целях овладения предлагаемым методом студент производит расчет одного положения механизма, затем по разработанным на кафедре программам производится проверка правильности расчета. После проверки программа, используя ту же методику расчета, выдает студенту полный кинематический расчет механизма в виде численных значений функций положения и передаточных функций, а также аналогов скоростей и ускорений характерных точек механизма в проекциях на координатные оси. По полученным материалам студент строит графики передаточных функций для всех звеньев механизма, а также годографы скоростей и ускорений характерных точек механизма.

1. Понятие о передаточных функциях механизма

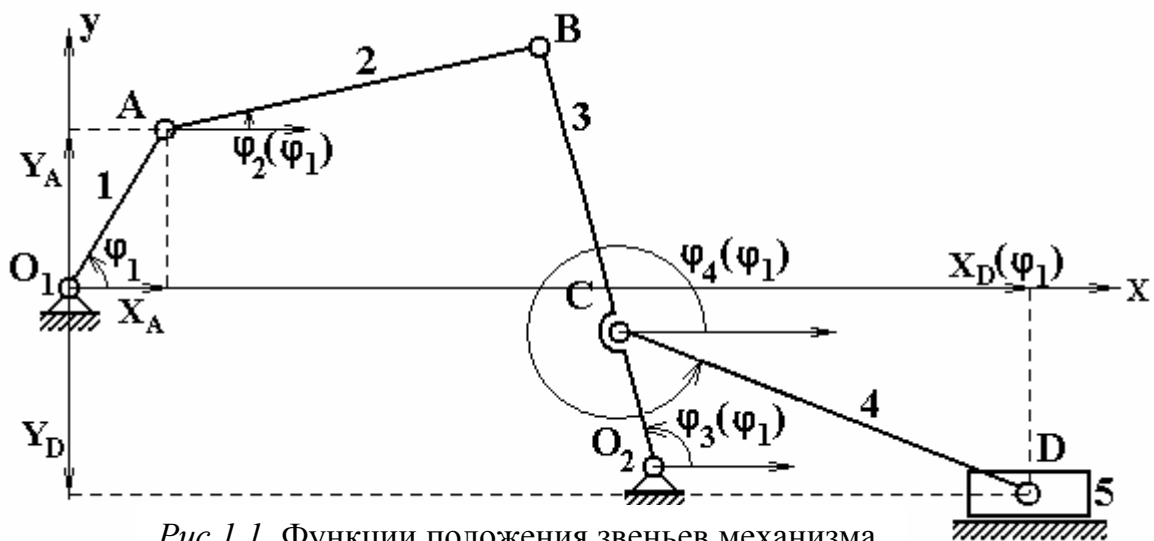


Рис. 1.1. Функции положения звеньев механизма

Положения звеньев механизма (рис.1.1) рассматриваются относительно системы координат O_1xy , начало которой совмещено с центром вращения входного звена O_1

Положение входного звена O_1A определяется углом φ_1 между положительным направлением оси Ox и звеном.

Положение остальных звеньев механизма определяется координатами входной точки и углом между положительным направлением оси Ox и направлением звена против часовой стрелки. Положение звена 2, например, определяется координатами точки A , т. е. X_A и Y_A и углом φ_2 .

Если звено совершает поступательное движение (звено 5 на рис. 1.1), то его положение определяется координатами X_D и Y_D .

В общем случае можно сказать, что при сложном движении звена его положение определяется координатами входной точки X_i и Y_i и углом φ_i .

Положения ведомых звеньев и точек механизма зависят от положения входного звена.

$$X_i = \Pi_x(\varphi_1), \quad Y_i = \Pi_y(\varphi_1), \quad \varphi_i = \Pi_\varphi(\varphi_1).$$

Функция $\Pi_i(\varphi_1)$ называется функцией положения i -го звена.

Первой передаточной функцией называется первая производная от функции положения по углу поворота входного звена.

$$X_i'(\varphi_1) = \frac{d\Pi_x}{d\varphi_1} = \frac{dX_i}{d\varphi_1}, \quad Y_i'(\varphi_1) = \frac{d\Pi_y}{d\varphi_1} = \frac{dY_i}{d\varphi_1},$$

$$\varphi_i'(\varphi_1) = \frac{d\Pi_\varphi(\varphi_1)}{d\varphi_1} = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1}.$$

Второй передаточной функцией называется вторая производная от функции положения по углу поворота входного звена

$$X_i''(\varphi_1) = \frac{d^2\Pi_x}{d\varphi_1^2} = \frac{d^2X_i}{d\varphi_1^2}, \quad Y_i''(\varphi_1) = \frac{d^2\Pi_y}{d\varphi_1^2} = \frac{d^2Y_i}{d\varphi_1^2},$$

$$\varphi_i''(\varphi_1) = \frac{d^2\Pi_\varphi(\varphi_1)}{d\varphi_1^2} = \frac{d^2\varphi_i}{d\varphi_1^2}.$$

Чтобы разобраться в кинематическом смысле передаточных функций, продифференцируем функции положения по времени, имея ввиду, что функция положения зависит только от φ_1 , а φ_1 является функцией времени, т. е. $\varphi_1 = f(t)$, тогда

$$\dot{X}_i = \frac{dX_i}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt}, \quad \dot{Y}_i = \frac{dY_i}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt}, \quad \dot{\varphi}_i = \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} \quad (1.1)$$

$$\text{или} \quad V_i^x = X_i' \omega_1, \quad V_i^y = Y_i' \omega_1, \quad \omega_i = \varphi_i'(\varphi_1) \omega_1, \quad (1.2)$$

где V_i^x – проекция скорости i -й точки на ось x , V_i^y – проекция скорости i -й точки на ось y ; ω_i – угловая скорость i -того звена; ω_1 – угловая скорость входного звена.

Из выражений (1.2) имеем:

$$X_i'(\varphi_1) = \frac{V_i^x}{\omega_1}, \quad Y_i'(\varphi_1) = \frac{V_i^y}{\omega_1}, \quad \varphi_i'(\varphi_1) = \frac{\omega_i}{\omega_1}. \quad (1.3)$$

Таким образом, кинематический смысл первой передаточной функции есть отношение скорости ведомого звена к скорости ведущего.

Продифференцируем выражение (1.1) еще раз по времени и получаем

$$\ddot{X}_i(\varphi_1) = \frac{d^2 X_i}{d\varphi_1^2} \frac{d\varphi_1}{dt} \frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{dX_i}{d\varphi_1} \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2}, \quad \ddot{Y}_i(\varphi_1) = \frac{d^2 Y_i}{d\varphi_1^2} \frac{d\varphi_1}{dt} \frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{dY_i}{d\varphi_1} \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2},$$

$$\ddot{\varphi}_i(\varphi_1) = \frac{d^2 \varphi_i}{d\varphi_1^2} \frac{d\varphi_1}{dt} \frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{d\varphi_i}{d\varphi_1} \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2}$$

$$\text{или} \quad a_i^x = X_i''(\varphi_1) \omega_1^2 + X_i'(\varphi_1) \varepsilon_1, \quad a_i^y = Y_i''(\varphi_1) \omega_1^2 + Y_i'(\varphi_1) \varepsilon_1,$$

$$\varepsilon_i = \varphi_i''(\varphi_1) \omega_1^2 + \varphi_i'(\varphi_1) \varepsilon_1, \quad (1.4)$$

где a_i^x – проекция ускорения i -й точки на ось x ; a_i^y – проекция ускорения i -й точки на ось y ; ε_i – угловое ускорение i -го звена; ε_1 – угловое ускорение входного звена.

Если принять, что $\omega_1 = const$, то $\varepsilon_1 = 0$, и тогда

$$X_i''(\varphi_1) = \frac{a_i^x}{\omega_1^2}, \quad Y_i''(\varphi_1) = \frac{a_i^y}{\omega_1^2}, \quad \varphi_i''(\varphi_1) = \frac{\varepsilon_i}{\omega_1^2}. \quad (1.5)$$

Таким образом, кинематический смысл второй передаточной функции (при $\omega_1 = const$) есть отношение ускорения ведомого звена к квадрату скорости входного звена. Если известны вторые передаточные функции i -го звена, то его ускорение

$$a_i^x = X_i''(\varphi_1) \omega_1^2, \quad a_i^y = Y_i''(\varphi_1) \omega_1^2, \quad \varepsilon_i = \varphi_i''(\varphi_1) \omega_1^2. \quad (1.6)$$

Основное свойство передаточных функций

Передаточные функции являются геометрическими функциями входного звена и не зависят ни от времени, ни от скорости входного звена.

Это свойство передаточных функций позволяет проводить кинематический анализ вне зависимости от скорости входного звена.

Если звено совершает только поступательное движение (звено 5 на *рис. 1.1*), то его передаточные функции будут иметь вид

$$X'_D = \frac{V_D}{\omega_1}, \quad X''_D = \frac{a_D}{\omega_1^2}. \quad (1.7)$$

Условимся о некоторых обозначениях.

Первым звеном мы всегда будем называть входное звено – кривошип; таким образом, звенья присоединенных групп будут иметь номера 2 и 3 независимо от номера присоединяемой группы.

Обозначим вращательную пару буквой В, а поступательную – буквой П.

В группе Ассура первой модификации, имеющей три вращательные пары, (ВВВ) вторым звеном будет называться шатун, присоединяющийся к предыдущей группе. Третьим звеном – коромысло или второй шатун. В случае, если группа состоит из двух шатунов, то любой из них может быть назван вторым, но от принятой нумерации звеньев будет зависеть форма сборки группы.

В группах Ассура второй (ВВП) и третьей (ВПВ) модификаций вторым звеном мы будем называть шатун (или коромысло), а третьим звеном – ползун, независимо от того, которое из этих звеньев присоединяется к предыдущей группе.

В группах Ассура четвертой модификации (ПВП) вторым звеном будет называться ползун, а третьим – ведомое звено.

Выходной точкой в группе или на звене мы будем называть точку, передающую движение следующей присоединенной в этой точке группе Ассура. Первой входной точкой мы будем называть точку, принадлежащую второму звену рассматриваемой группы и получающую движение от предыдущей группы Ассура. Второй входной точкой мы будем называть точку, принадлежащую третьему звену рассматриваемой группы Ассура. Вторая входная точка может быть присоединена к стойке или к подвижному звену предыдущей группы.

Первую входную точку мы будем, как правило, обозначать буквой А, а вторую - В или С.

2. Входное звено

На *рис. 2.1* представлено входное звено O_1A . Начало осей координат O_1x совместим с центром вращения кривошипа O_1 . Обозначим через φ_1 угол поворота кривошипа O_1A , отсчитываемый от положительного направления оси x в положительную сторону (против часовой стрелки).

Обозначим через R_1 длину кривошипа O_1A . Точка А с координатами X_A и Y_A - выходная точка, т. е. точка, передающая движение следующей группе Ассура:

$$X_A = R_1 \cos \varphi_1, \quad Y_A = R_1 \sin \varphi_1. \quad (2.1)$$

Представим кривошип в виде вектора с началом в точке O_1 .

Под передаточными функциями точки А мы будем понимать производные от проекций вектора O_1A по углу поворота входного звена φ_1 .

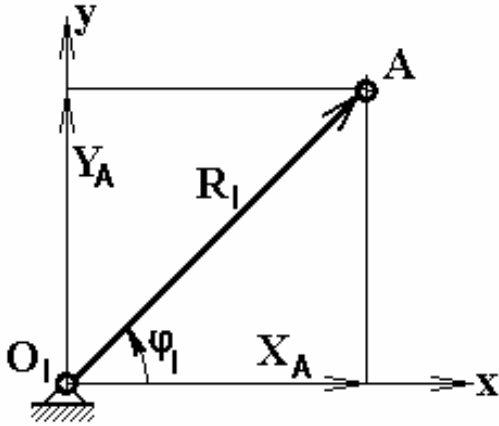


Рис.2.1. Входное звено

$$X'_A = dX_A/d\varphi_1, \quad Y'_A = dY_A/d\varphi_1.$$

Кинематический смысл первой передаточной функции - это аналог скорости, представляющий собой отношение проекции скорости точки А к угловой скорости входного звена.

$$X'_A = V_A^x / \omega_1, \quad Y'_A = V_A^y / \omega_1.$$

Вторая передаточная функция — отношение проекции полного абсолютного ускорения к квадрату угловой скорости ведущего звена (при $\omega_1 = \text{const}$).

$$X''_A = a_A^x / \omega_1^2, \quad Y''_A = a_A^y / \omega_1^2.$$

В проекциях на координатные оси передаточные функции будут иметь вид

$$X'_A = -R_1 \sin \varphi_1 = -Y_A, \quad Y'_A = R_1 \cos \varphi_1 = X_A, \quad (2.2)$$

$$X''_A = -R_1 \cos \varphi_1 = -X_A, \quad Y''_A = -R_1 \sin \varphi_1 = -Y_A. \quad (2.3)$$

Проекции скорости точки А на оси координат:

$$V_A^x = X'_A \omega_1, \quad V_A^y = Y'_A \omega_1,$$

Модуль скорости точки А

$$V_A = \sqrt{(V_A^x)^2 + (V_A^y)^2}.$$

Проекции ускорений точки А на оси координат:

$$a_A^x = X''_A \omega_1^2, \quad a_A^y = Y''_A \omega_1^2,$$

Модуль ускорения точки А

$$a_A = \sqrt{(a_A^x)^2 + (a_A^y)^2}.$$

3. Группа Ассура первой модификации

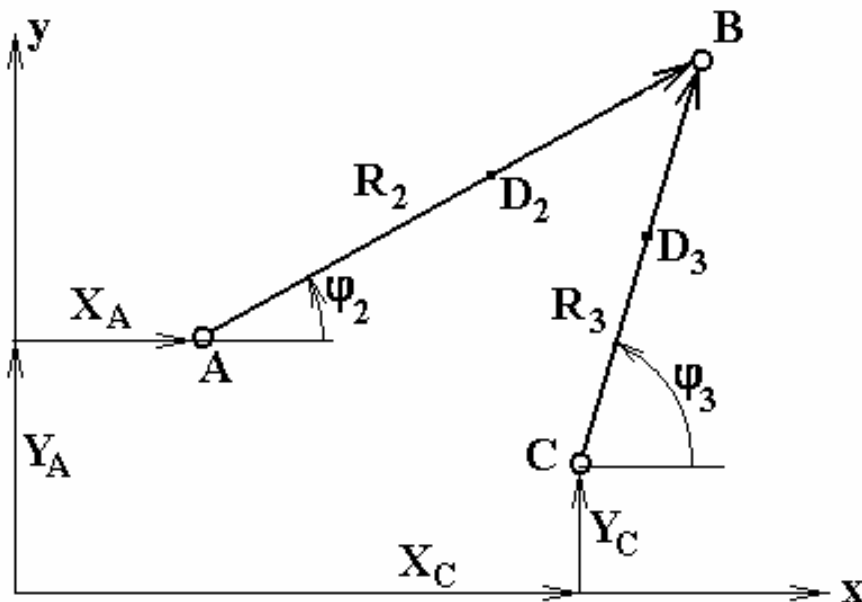
На рис. 3.1 представлена группа Ассура первой модификации (ВВВ).

Для составления уравнений группы в проекциях на координатные оси воспользуемся методом замкнутого векторного контура (метод Зиновьева). Заменяем группу замкнутым векторным контуром с произвольным направлением векторов.

Уравнение замкнутости векторного контура

$$Y_A + X_A + R_2 - R_3 - Y_C - X_C = 0.$$

Для перехода от уравнения замкнутого векторного контура к уравнениям в проекциях на координатные оси существует правило, позволяющее формально



но подойти к этой операции и таким образом избежать ошибок в знаках слагаемых.

В уравнении проекций на ось x следует модуль вектора умножить на косинус угла между осью x и направлением вектора, а в уравнении проекций на ось y — на синус этого угла, сохраняя знаки векторного уравнения.

Рис. 3.1. Группа Ассура 1-й модификации (ВВВ)

Уравнения в проекциях на координатные оси:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X &= X_A + R_2 \cos \varphi_2 - R_3 \cos \varphi_3 - X_C = 0, \\ \Sigma Y &= Y_A + R_2 \sin \varphi_2 - R_3 \sin \varphi_3 - Y_C = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Для решения этой системы тригонометрических уравнений переносим слагаемые, содержащие неизвестную φ_2 , в правую часть, возводим оба уравнения в квадрат и складываем их. После некоторых элементарных преобразований получаем

$$A(\varphi_1) - B(\varphi_1) \cos \varphi_3 - C(\varphi_1) \sin \varphi_3 = 0, \quad (3.2)$$

где $A(\varphi_1) = (X_A - X_C)^2 + (Y_A - Y_C)^2 + R_3^2 - R_2^2$,

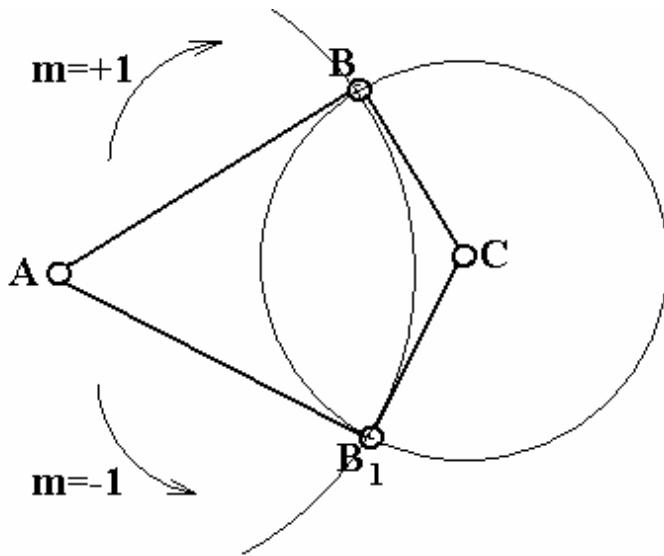
$$B(\varphi_1) = 2(X_A - X_C)R_3,$$

$$C(\varphi_1) = 2(Y_A - Y_C)R_3.$$

Решая уравнение (3.2) относительно $\cos\varphi_3$ и $\sin\varphi_3$, получаем

$$\sin\varphi_3 = \frac{A(\varphi_1)C(\varphi_1) \mp B(\varphi_1)\sqrt{B(\varphi_1)^2 + C(\varphi_1)^2 - A(\varphi_1)^2}}{B(\varphi_1)^2 + C(\varphi_1)^2} \quad (3.3)$$

$$\cos\varphi_3 = \frac{A(\varphi_1)B(\varphi_1) \pm C(\varphi_1)\sqrt{B(\varphi_1)^2 + C(\varphi_1)^2 - A(\varphi_1)^2}}{B(\varphi_1)^2 + C(\varphi_1)^2}. \quad (3.4)$$



Двойной знак в этих формулах свидетельствует о неоднозначности решения уравнения (3.2). Два знака соответствуют двум возможным формам сборки группы (рис.3.2). Если порядок обхода группы от первой входной точки ко второй: (А – В – С) происходит по часовой стрелке, то такую форму сборки мы будем считать первой, и ей будут соответствовать верхние знаки в формулах (3.3) и (3.4) или значение коэффициента $m = 1$ в формулах (3.3.1) и (3.4.1). При порядке обхода (А – В₁ – С) против часовой стрелки, форму сборки будем считать второй, и ей будет соответствовать нижние знаки в формулах (3.3) и (3.4) или значение коэффициента $m = -1$ в формулах (3.3.1) и (3.4.1).

$$\cos\varphi_3 = \frac{A(\varphi_1)B(\varphi_1) + mC(\varphi_1)\sqrt{B(\varphi_1)^2 + C(\varphi_1)^2 - A(\varphi_1)^2}}{B(\varphi_1)^2 + C(\varphi_1)^2}, \quad (3.3.1)$$

$$\sin\varphi_3 = \frac{A(\varphi_1)C(\varphi_1) - m \cdot B(\varphi_1)\sqrt{B(\varphi_1)^2 + C(\varphi_1)^2 - A(\varphi_1)^2}}{B(\varphi_1)^2 + C(\varphi_1)^2}. \quad (3.4.1)$$

По значениям $\sin\varphi_3$ и $\cos\varphi_3$ с учетом их знаков однозначно определяется угол φ_3 .

Для вычисления угла φ_2 определяем его тригонометрические функции из системы уравнений (3.1).

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_3 \cos \varphi_3 - (X_A - X_C)}{R_2}, \quad (3.5)$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{R_3 \sin \varphi_3 - (Y_A - Y_C)}{R_2}. \quad (3.6)$$

Для определения передаточных функций $\varphi_2' = d\varphi_2/d\varphi_1$ и $\varphi_3' = d\varphi_3/d\varphi_1$ продифференцируем систему уравнений (3.1) по φ_1 :

$$\left. \begin{aligned} X'_A - R_2 \sin \varphi_2 \varphi_2' + R_3 \sin \varphi_3 \varphi_3' - X'_C &= 0, \\ Y'_A + R_2 \cos \varphi_2 \varphi_2' - R_3 \cos \varphi_3 \varphi_3' - Y'_C &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Решая систему алгебраических уравнений (3.7) относительно неизвестных φ_2' и φ_3' , после преобразований получаем

$$\varphi_2' = \frac{(X'_A - X'_C) \cos \varphi_3 + (Y'_A - Y'_C) \sin \varphi_3}{R_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}, \quad (3.8)$$

$$\varphi_3' = \frac{(X'_A - X'_C) \cos \varphi_2 + (Y'_A - Y'_C) \sin \varphi_2}{R_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}. \quad (3.9)$$

Угловые скорости второго и третьего звеньев определяются через первые передаточные функции.

$$\omega_2 = \varphi_2' \omega_1, \quad \omega_3 = \varphi_3' \omega_1.$$

Для определения вторых передаточных функций $\varphi_2'' = d^2\varphi_2/d\varphi_1^2$ и $\varphi_3'' = d^2\varphi_3/d\varphi_1^2$ продифференцируем систему уравнений (3.7) еще раз по φ_1 .

$$\left. \begin{aligned} X''_A - R_2 \cos \varphi_2 (\varphi_2')^2 - R_2 \sin \varphi_2 \varphi_2'' + R_3 \cos \varphi_3 (\varphi_3')^2 + \\ + R_3 \sin \varphi_3 \varphi_3'' - X''_C &= 0, \\ Y''_A - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi_2')^2 + R_2 \cos \varphi_2 \varphi_2'' + R_3 \sin \varphi_3 (\varphi_3')^2 - \\ - R_3 \cos \varphi_3 \varphi_3'' - Y''_C &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Решая систему алгебраических уравнений (3.10) относительно неизвестных φ_2'' и φ_3'' , получаем

$$\varphi_2'' = [(X_A'' - X_C'') \cos \varphi_3 + (Y_A'' - Y_C'') \sin \varphi_3 + R_3 (\varphi_3')^2 - R_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) (\varphi_2')^2] / (R_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)), \quad (3.11)$$

$$\varphi_3'' = [(X_A'' - X_C'') \cos \varphi_2 + (Y_A'' - Y_C'') \sin \varphi_2 - R_2 (\varphi_2')^2 + R_3 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) (\varphi_3')^2] / (R_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)). \quad (3.12)$$

Угловые ускорения второго и третьего звеньев определяются через вторые передаточные функции.

$$\varepsilon_2 = \varphi_2'' \omega_1^2, \quad \varepsilon_3 = \varphi_3'' \omega_1^2.$$

Для определения кинематических функций выходной точки определяем координаты и передаточные функции точки D_2 (рис.3.1).

$$X_{D_2} = X_A + AD_2 \cos \varphi_2, \quad (3.13)$$

$$Y_{D_2} = Y_A + AD_2 \sin \varphi_2, \quad (3.14)$$

$$X'_{D_2} = X'_A - AD_2 \sin \varphi_2 (\varphi_2'), \quad (3.15)$$

$$Y'_{D_2} = Y'_A + AD_2 \cos \varphi_2 (\varphi_2'), \quad (3.16)$$

$$X''_{D_2} = X''_A - AD_2 [\cos \varphi_2 (\varphi_2')^2 + \sin \varphi_2 (\varphi_2'')], \quad (3.17)$$

$$Y''_{D_2} = Y''_A - AD_2 [\sin \varphi_2 (\varphi_2')^2 - \cos \varphi_2 (\varphi_2'')]. \quad (3.18)$$

Для выходной точки D_3 используются формулы (3.13) – (3.18) при соответствующей замене индексов (см. рис.3.1).

4. Группа Ассра второй модификации

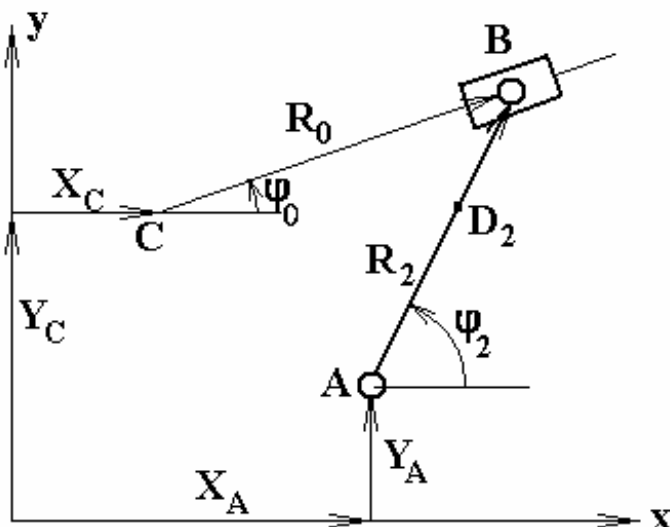


Рис.4.1. Группа Ассра 2-й модификации

На рис.4.1 представлен общий вид группы Ассра второй модификации (ВВП).

Записываем векторное уравнение замкнутого контура.

$$\mathbf{X}_A + \mathbf{Y}_A + \mathbf{R}_2 - \mathbf{X}_C - \mathbf{Y}_C - \mathbf{R}_0 = 0.$$

Составляем уравнения этого контура в проекциях на координатные оси.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X &= X_A + R_2 \cos \varphi_2 - R_0 \cos \varphi_0 - X_C, \\ \Sigma Y &= Y_A + R_2 \sin \varphi_2 - R_0 \sin \varphi_0 - Y_C. \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

В этой системе уравнений неизвестными являются угол поворота звена 2 – φ_2 и переменное расстояние R_0 .

Для исключения неизвестной φ_2 переносим слагаемые, содержащие эту неизвестную, в правую часть, возводим уравнения в квадрат и складываем их. В результате имеем

$$R_0^2 + B(\varphi_1) \cdot R_0 + A(\varphi_1) = 0, \quad (4.2)$$

где $A(\varphi_1) = (X_A - X_C)^2 + (Y_A - Y_C)^2 + R_2^2,$

$$B(\varphi_1) = -(X_A - X_C) \cos \varphi_0 - (Y_A - Y_C) \sin \varphi_0.$$

Решая квадратное уравнение (4.2), имеем

$$R_0 = -B(\varphi_1) \pm \sqrt{B^2(\varphi_1) - A(\varphi_1)}. \quad (4.3)$$

Два знака перед корнем в выражении R_0 соответствуют двум возможным сборкам группы AB_1 и AB_2 (рис.4.2).

Формулу (4.3) можно представить в виде

$$R_0 = -B(\varphi_1) + m \sqrt{B^2(\varphi_1) - A(\varphi_1)}, \quad (4.3.1)$$

где m - коэффициент, определяющий форму сборки группы.

Форму сборки можно определять следующим образом.

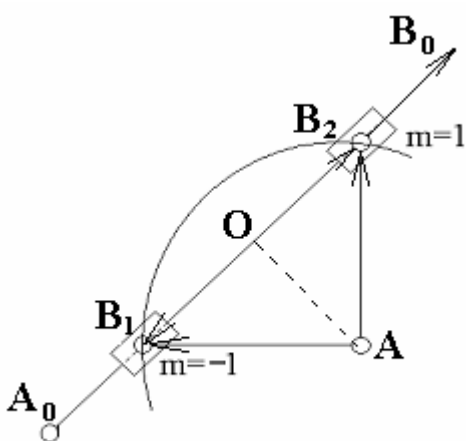


Рис 4.2. Определение формы сборки группы

Заменим звено A_0B_0 , по которому движется ползун B , вектором с направлением от входной точки A_0 к точке B_0 . Тогда OB_2 — проекция вектора AB_2 на направление вектора A_0B_0 будет положительна и этому положению будет соответствовать первая форма сборки ($m=1$), отрицательному направлению проекции OB_1 будет соответствовать вторая форма сборки ($m=-1$).

Из системы уравнений (4.1) находим тригонометрические функции угла φ_2 :

$$\cos \varphi_2 = (X_C - X_A + R_0 \cos \varphi_0) / R_2, \quad (4.4)$$

$$\sin \varphi_2 = (Y_C - Y_A + R_0 \sin \varphi_0) / R_2. \quad (4.5)$$

Для определения первых передаточных функций $R'_0 = dR_0/d\varphi_1$ и $\varphi'_2 = d\varphi_2/d\varphi_1$ про дифференцируем систему уравнений (4.1) по углу φ_1 .

$$\left. \begin{aligned} X'_A - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi'_2) - R'_0 \cos \varphi_0 + R_0 \sin \varphi_0 (\varphi'_0) - X_C &= 0, \\ Y'_A + R_2 \cos \varphi_2 (\varphi'_2) - R'_0 \sin \varphi_0 - R_0 \cos \varphi_0 (\varphi'_0) - Y_C &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Решая систему уравнений (3.6) относительно искомым неизвестных, определяем

$$R'_0 = \frac{R_0 \sin(\varphi_0 - \varphi_2) \varphi'_0 + (X'_A - X'_C) \cos \varphi_2 + (Y'_A - Y'_C) \sin \varphi_2}{\cos(\varphi_0 - \varphi_2)}, \quad (4.7)$$

$$\varphi'_2 = \frac{R_0 \cdot \varphi'_0 + (X'_A - X'_C) \sin \varphi_0 - (Y'_A - Y'_C) \cos \varphi_0}{R_2 \cos(\varphi_0 - \varphi_2)}. \quad (4.8)$$

Угловая скорость второго звена $\omega_2 = \varphi'_2 \omega_1$,

относительная скорость поступательного движения $V_{B_3 B_0} = R'_0 \omega_1$,

где B_3 – точка, принадлежащая ползуну, а B_0 – точка, принадлежащая направляющей (см. рис.4.1).

Для определения вторых передаточных функций $R''_0 = d^2 R_0 / d\varphi_1^2$ и $\varphi''_2 = d^2 \varphi_2 / d\varphi_1^2$ продифференцируем систему уравнений (4.6) еще раз по φ_1 .

$$\left. \begin{aligned} X''_A - R_2 \cos \varphi_2 (\varphi'_2)^2 - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi''_2) - R''_0 \cos \varphi_0 + \\ + 2R'_0 \sin \varphi_0 (\varphi'_0) + R_0 \cos \varphi_0 (\varphi'_0)^2 + R_0 \sin \varphi_0 (\varphi''_0) - X''_C &= 0, \\ Y''_A - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi'_2)^2 + R_2 \cos \varphi_2 (\varphi''_2) - R''_0 \sin \varphi_0 - \\ - 2R'_0 \cos \varphi_0 (\varphi'_0) - R_0 \sin \varphi_0 (\varphi'_0)^2 - R_0 \cos \varphi_0 (\varphi''_0) - Y''_C &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Решая эту систему относительно искомым неизвестных, находим значение φ''_2 :

$$\varphi''_2 = \frac{X_{\sin} - Y_{\cos} + 2R'_0 \varphi'_0 + R_0 \varphi''_0 - R_2 \sin(\varphi_0 - \varphi_2) (\varphi'_2)^2}{R_2 \cos(\varphi_0 - \varphi_2)}, \quad (4.10)$$

где $X_{\sin} = (X''_A - X''_C) \sin \varphi_0$, $Y_{\cos} = (Y''_A - Y''_C) \cos \varphi_0$,

и R''_0 :

$$R''_0 = \frac{A(\varphi_1) + X_{\cos} + Y_{\sin} - R_2 (\varphi'_2)^2 + B(\varphi_1)}{\cos(\varphi_0 - \varphi_2)}, \quad (4.11)$$

где $X_{\cos} = (X''_A - X''_C) \cos \varphi_2$, $Y_{\sin} = (Y''_A - Y''_C) \sin \varphi_2$,

$$A(\varphi_1) = (R_0\varphi_0'' + 2R_0'\varphi_0') \sin(\varphi_0 - \varphi_2),$$

$$B(\varphi_1) = R_0 \cdot (\varphi_0')^2 \cdot \cos(\varphi_0 - \varphi_2).$$

Угловое ускорение второго звена

$$\varepsilon_2 = \varphi_2''\omega_1^2,$$

касательное ускорение в относительном поступательном движении

$$a_{B_3B_0}^\tau = R_0''\omega_1^2.$$

Для определения кинематических функций выходной точки D_2 используются формулы (3.13) – (3.18).

4.1. Частные случаи второй модификации

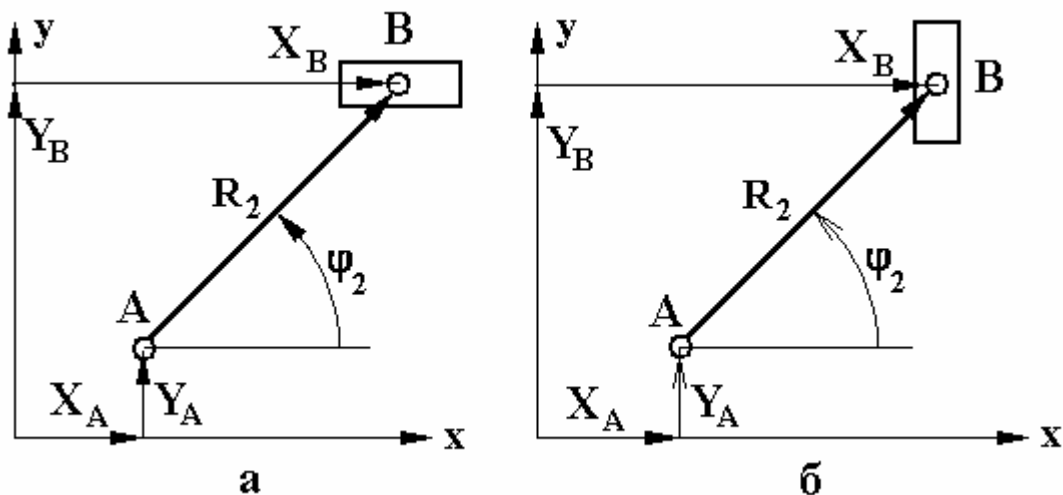


Рис.4.3. Частные случаи второй модификации:

а - горизонтальное движение ползуна; б - вертикальное движение ползуна

Частные случаи второй модификации при абсолютном поступательном движении ползуна (рис.4.3) встречаются довольно часто, а так как при этом формулы для расчета существенно упрощаются, то целесообразно эти случаи рассмотреть отдельно.

Уравнения в проекциях на координатные оси для обоих случаев одинаковы.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X &= X_A + R_2 \cos \varphi_2 - X_B = 0, \\ \Sigma Y &= Y_A + R_2 \sin \varphi_2 - Y_B = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Система уравнений (4.12) в равной степени соответствует обоим случаям движения, приведенным на рис. 4.3. Различия в алгоритме расчета для приведенных случаев определяются тем, что для горизонтального движения ползуна

величина Y_B постоянна, а следовательно, $Y_B' = 0$ и $Y_B'' = 0$. Величина X_B и все ее производные неизвестны и подлежат определению. Для случая вертикального движения ползуна картина обратная: величина X_B постоянна, и, следовательно, $X_B' = 0$ и $X_B'' = 0$. Величина Y_B и все ее производные неизвестны и подлежат определению.

Для определения функций положения X_B и Y_B повторяем все процедуры, использованные нами при выводе общего случая движения. В результате преобразований получаем формулы для определения функций положения.

Горизонтальное движение ползуна

$$X_B = X_A \pm \sqrt{R_2^2 - (Y_A - Y_B)^2}. \quad (4.13)$$

Вертикальное движение ползуна

$$Y_B = Y_A \pm \sqrt{R_2^2 - (X_A - X_B)^2}. \quad (4.14)$$

Угол φ_2 определяется одинаково для обоих случаев.

$$\cos \varphi_2 = (X_B - X_A)/R_2, \quad (4.15)$$

$$\sin \varphi_2 = (Y_B - Y_A)/R_2. \quad (4.16)$$

Для получения первых передаточных функций дифференцируем систему уравнений (4.12) по φ_1 .

$$\left. \begin{aligned} X_A' - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi_2') - X_B' &= 0, \\ Y_A' + R_2 \cos \varphi_2 (\varphi_2') - Y_B' &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

Горизонтальное движение ползуна.

Так как в этом случае $Y_B' = 0$, то из второго уравнения системы (4.17) получаем

$$\varphi_2' = -Y_A' / (R_2 \cos \varphi_2), \quad (4.18)$$

а из первого

$$X_B' = X_A' - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi_2'). \quad (4.19)$$

Вертикальное движение ползуна.

Так как в этом случае $X_B' = 0$, то из первого уравнения системы (4.17) получаем

$$\varphi_2' = X_A' / (R_2 \sin \varphi_2), \quad (4.20)$$

а из второго

$$Y'_B = Y'_A + R_2 \cos \varphi_2 (\varphi'_2). \quad (4.21)$$

Для получения вторых передаточных функций дифференцируем систему уравнений (4.12) еще раз по φ_1 .

$$\left. \begin{aligned} X''_A - R_2 \cos \varphi_2 (\varphi'_2)^2 - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi''_2) - X''_B &= 0, \\ Y''_A - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi'_2)^2 + R_2 \cos \varphi_2 (\varphi''_2) - Y''_B &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

Горизонтальное движение ползуна

Так как в этом случае $Y_B'' = 0$, то из второго уравнения системы (4.22) получаем φ_2'' :

$$\varphi_2'' = - \left[Y''_A - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi'_2)^2 \right] / (R_2 \cos \varphi_2), \quad (4.23)$$

а из первого уравнения находим X_B'' :

$$X_B'' = X''_A - R_2 \cos \varphi_2 (\varphi'_2)^2 - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi''_2). \quad (4.24)$$

Вертикальное движение ползуна.

Так как в этом случае $X_B'' = 0$, то из первого уравнения системы (4.22) получаем

$$\varphi_2'' = \left[X''_A - R_2 \cos \varphi_2 (\varphi'_2)^2 \right] / (R_2 \sin \varphi_2), \quad (4.25)$$

$$Y_B'' = Y''_A - R_2 \sin \varphi_2 (\varphi'_2)^2 + R_2 \cos \varphi_2 (\varphi''_2). \quad (4.26)$$

5. Группа Ассур третьей модификации

На рис. 5.1 представлены группы Ассур третьей модификации (ВПВ) для двух возможных форм сборки.

Векторное уравнение замкнутого контура

$$\mathbf{X}_A + \mathbf{Y}_A + \mathbf{R} - \mathbf{X}_B - \mathbf{Y}_B = \mathbf{0}.$$

Уравнения в проекциях на координатные оси

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X &= X_A + R \cos \varphi_2 - X_B = 0, \\ \Sigma Y &= Y_A + R \sin \varphi_2 - Y_B = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Неизвестными в этой системе уравнений являются переменные R и φ_2 . Особенностью группы третьей модификации по сравнению с предыдущими группами является то обстоятельство, что обе неизвестные входят в одно сла-

гаемое. Чтобы освободиться от неизвестной φ_2 , переносим второе слагаемое в правую часть, возводим оба уравнения в квадрат и складываем их.

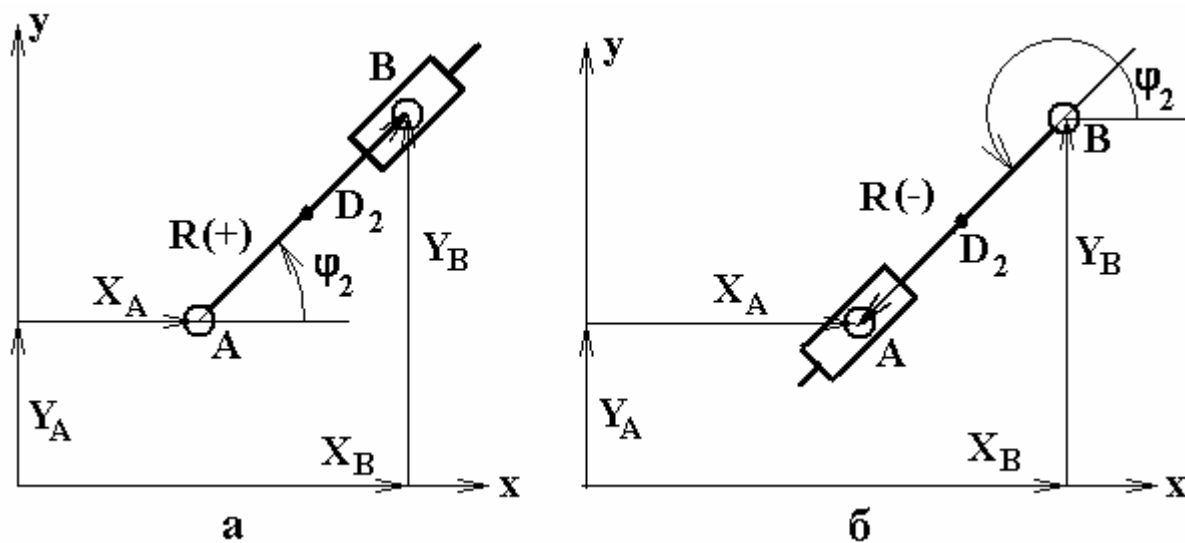


Рис. 5.1. Группа Ассура 3-й модификации:
а - первая форма сборки, б - вторая форма сборки

После элементарных преобразований получаем

$$R = \pm \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2} \quad (5.2)$$

Два знака перед корнем соответствуют двум показанным на рис. 5.1 формам сборки группы. Условимся об обозначениях форм сборки. Если направляющая присоединяется к подвижному звену, а ползун — к стойке, то это — первая форма сборки, и ей соответствует верхний знак в формуле (5.2). Если ползун присоединяется к подвижному звену, а направляющая - к стойке, то это — вторая форма и ей соответствует нижний знак в формуле (5.2). Если оба звена присоединяются к подвижным звеньям, то форму сборки можно задавать любую, но от ее выбора будет зависеть величина угла φ_2 , т. е. квадрант, в котором будет находиться этот угол (рис. 5.2, а, б).

В соответствии с выбранной формой сборки (+R или -R) определяем тригонометрические функции угла φ_2 .

$$\cos \varphi_2 = -(X_A - X_B) / R, \quad (5.3)$$

$$\sin \varphi_2 = -(Y_A - Y_B) / R. \quad (5.4)$$

Для определения первых передаточных функций $R' = dR/d\varphi_1$ и $\varphi_2' = d\varphi_2/d\varphi_1$ продифференцируем систему уравнений (5.1) по φ_1 .

$$\left. \begin{aligned} X'_A + R' \cos \varphi_2 - R \sin \varphi_2 (\varphi'_2) - X'_B &= 0, \\ Y'_A + R' \sin \varphi_2 + R \cos \varphi_2 (\varphi'_2) - Y'_B &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

Решая систему уравнений (4.5) относительно неизвестных R' и φ'_2 , получаем

$$\varphi'_2 = \left[(X'_A - X'_B) \sin \varphi_2 - (Y'_A - Y'_B) \cos \varphi_2 \right] / R, \quad (5.6)$$

$$R' = - \left[(X'_A - X'_B) \cos \varphi_2 + (Y'_A - Y'_B) \sin \varphi_2 \right]. \quad (5.7)$$

Угловая скорость второго звена

$$\omega_2 = \varphi'_2 \omega_1,$$

относительная скорость поступательного движения

$$V_{B_3 B_2} = R' \omega_1.$$

Для определения вторых передаточных функций $R'' = d^2 R / d\varphi_1^2$ и $\varphi''_2 = d^2 \varphi_2 / d\varphi_1^2$ продифференцируем систему уравнений (5.5) еще раз по φ_1 .

$$\left. \begin{aligned} X''_A + R'' \cos \varphi_2 - 2R' \sin \varphi_2 (\varphi'_2) - R \cos \varphi_2 (\varphi'_2)^2 - R \sin \varphi_2 (\varphi''_2) - X''_B &= 0, \\ Y''_A + R'' \sin \varphi_2 + 2R' \cos \varphi_2 (\varphi'_2) - R \sin \varphi_2 (\varphi'_2)^2 + R \cos \varphi_2 (\varphi''_2) - Y''_B &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

Решая систему уравнений (5.8) относительно неизвестных R'' и φ''_2 , получаем

$$R'' = - \left[(X''_A - X''_B) \cos \varphi_2 + (Y''_A - Y''_B) \sin \varphi_2 - R (\varphi'_2)^2 \right], \quad (5.9)$$

$$\varphi''_2 = \left[(X''_A - X''_B) \sin \varphi_2 - (Y''_A - Y''_B) \cos \varphi_2 - 2R' (\varphi'_2) \right] / R. \quad (5.10)$$

Угловое ускорение второго звена

$$\varepsilon_2 = \varphi''_2 \omega_1^2,$$

касательное ускорение в относительном поступательном движении

$$a_{B_3 B_2}^\tau = R'' \cdot \omega_1^2.$$

Для определения кинематических функций выходной точки D_2 используются формулы (3.13) – (3.18).

6. Группа Ассур четвертой модификации

На *рис. 6.1* представлены группы Ассур четвертой модификации (ПВП) для двух частных случаев: горизонтального (а) и вертикального (б) движения ведомого звена.

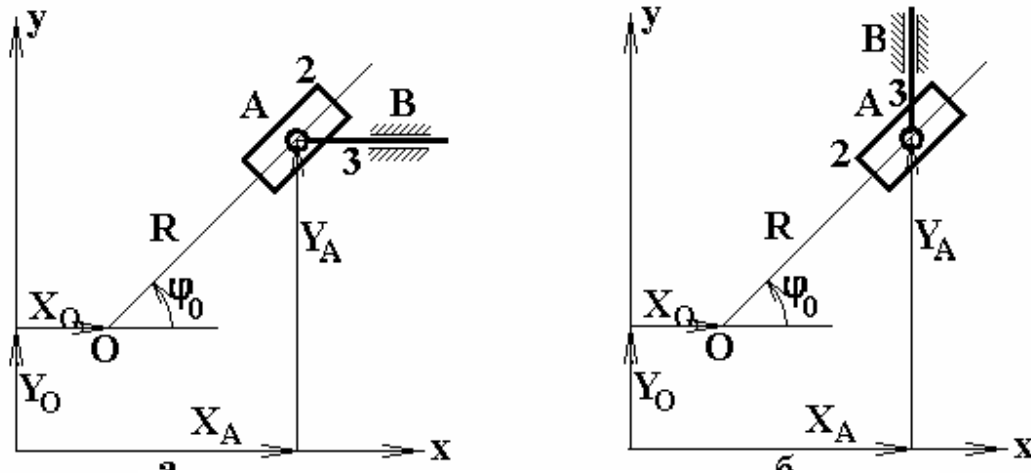


Рис.6.1. Группа Ассур 4-й модификации:
 а – с горизонтальным движением ведомого звена;
 б – с вертикальным движением ведомого звена

Векторное уравнение замкнутого контура:

$$\mathbf{X}_O + \mathbf{Y}_O + \mathbf{R} - \mathbf{X}_A - \mathbf{Y}_A = \mathbf{0}.$$

Уравнения в проекциях на координатные оси:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X &= X_0 + R \cos \varphi_0 - X_A = 0, \\ \Sigma Y &= Y_0 + R \sin \varphi_0 - Y_A = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

При горизонтальном движении ползуна расстояние Y_A постоянно и известно, поэтому из второго уравнения системы (6.1) определяем переменное расстояние R .

При вертикальном движении ползуна расстояние X_A постоянно и известно, поэтому определяем переменное расстояние R из первого уравнения системы (6.1).

Горизонтальное движение звена 3

$$R = -(Y_0 - Y_A) / \sin \varphi_0, \quad (6.2)$$

$$X_A = X_0 + R \cos \varphi_0. \quad (6.3)$$

Вертикальное движение звена 3

$$R = -(X_0 - X_A) / \cos \varphi_0, \quad (6.4)$$

$$Y_A = Y_0 + R \sin \varphi_0. \quad (6.5)$$

Для определения первых передаточных функций группы дифференцируем систему уравнений (5.1) по углу φ_1 - углу поворота ведущего звена.

$$\left. \begin{aligned} X'_0 + R' \cos \varphi_0 - R \sin \varphi_0 (\varphi'_0) - X'_A &= 0, \\ Y'_0 + R' \sin \varphi_0 + R \cos \varphi_0 (\varphi'_0) - Y'_A &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Неизвестными переменными в этой системе уравнений являются R' , X'_A и Y'_A . Но при горизонтальном движении звена 3 $Y'_A = 0$, а при вертикальном движении $X'_A = 0$, поэтому в любом случае в системе уравнений остаются две неизвестные, которые подлежат определению.

При горизонтальном движении звена 3 из второго уравнения системы (6.6) определяем R' , а затем из первого уравнения определяем X'_A .

Для вертикального движения звена 3 R' определяется из первого уравнения системы (6.6), а Y'_A - из второго.

Горизонтальное движение звена 3

$$R' = -\left[Y'_0 + R \cos \varphi_0 (\varphi'_0) \right] / \sin \varphi_0, \quad (6.7)$$

$$X'_A = X'_0 + R' \cos \varphi_0 - R \sin \varphi_0 (\varphi'_0). \quad (6.8)$$

Вертикальное движение звена 3

$$R' = -\left[X'_0 - R \sin \varphi_0 (\varphi'_0) \right] / \cos \varphi_0, \quad (6.9)$$

$$Y'_A = Y'_0 + R' \sin \varphi_0 + R \cos \varphi_0 (\varphi'_0). \quad (6.10)$$

Для определения вторых передаточных функций продифференцируем систему уравнений (6.6) еще раз по φ_1 :

$$\left. \begin{aligned} X''_0 + R'' \cos \varphi_0 - 2R' \sin \varphi_0 (\varphi'_0) - R \cos \varphi_0 (\varphi'_0)^2 - R \sin \varphi_0 (\varphi''_0) - X''_A &= 0 \\ Y''_0 + R'' \sin \varphi_0 + 2R' \cos \varphi_0 (\varphi'_0) - R \sin \varphi_0 (\varphi'_0)^2 + R \cos \varphi_0 (\varphi''_0) - Y''_A &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

Неизвестными переменными в этой системе уравнений являются R'' , X''_A и Y''_A . Но как и в предыдущем случае при горизонтальном движении звена 3 $Y''_A = 0$, а при вертикальном - $X''_A = 0$, поэтому для горизонтального движения из второго уравнения определяем R'' , а из первого — X''_A . Для вертикального движения из первого уравнения определяем R'' , а из второго - Y''_A .

Горизонтальное движение звена 3

$$R'' = -\left[Y''_0 + 2R' \cos \varphi_0 (\varphi'_0) - R \sin \varphi_0 (\varphi'_0)^2 + R \cos \varphi_0 (\varphi''_0) \right] / \sin \varphi_0, \quad (6.12)$$

$$X''_A = X''_0 + R'' \cos \varphi_0 - 2R' \sin \varphi_0 (\varphi'_0) - R \cos \varphi_0 (\varphi'_0)^2 - R \sin \varphi_0 (\varphi''_0). \quad (6.13)$$

Вертикальное движение звена 3

$$R'' = -\left[X_0'' - 2R' \sin \varphi_0 (\varphi_0') - R \cos \varphi_0 (\varphi_0')^2 - R \sin \varphi_0 (\varphi_0'') \right] / \cos \varphi_0, \quad (6.14)$$

$$Y_A'' = Y_0'' + R'' \sin \varphi_0 + 2R' \cos \varphi_0 (\varphi_0') - R \sin \varphi_0 (\varphi_0')^2 + R \cos \varphi_0 (\varphi_0''). \quad (6.15)$$

Функция R и ее производные соответствуют относительному поступательному движению ползуна 2 по направляющей OA , принадлежащей предыдущей группе Ассура. Функции X_A и Y_A соответствуют абсолютному поступательному перемещению звена 3.

Относительная скорость движения ползуна по направляющей:

$$V_{A_2A_0} = R' \omega_1, \quad V_A^x = X_A' \omega_1, \quad V_A^y = Y_A' \omega_1.$$

Относительное ускорение движения ползуна по направляющей:

$$a_{A_2A_0}^\tau = R'' \omega_1^2, \quad a_A^x = X_A'' \omega_1^2, \quad a_A^y = Y_A'' \omega_1^2,$$

где A_0 - точка, принадлежащая направляющей, по которой движется ползун 2.

7. Пример кинематического расчета механизма

Проведем кинематический расчет механизма представленного на *рис. 7.1*.

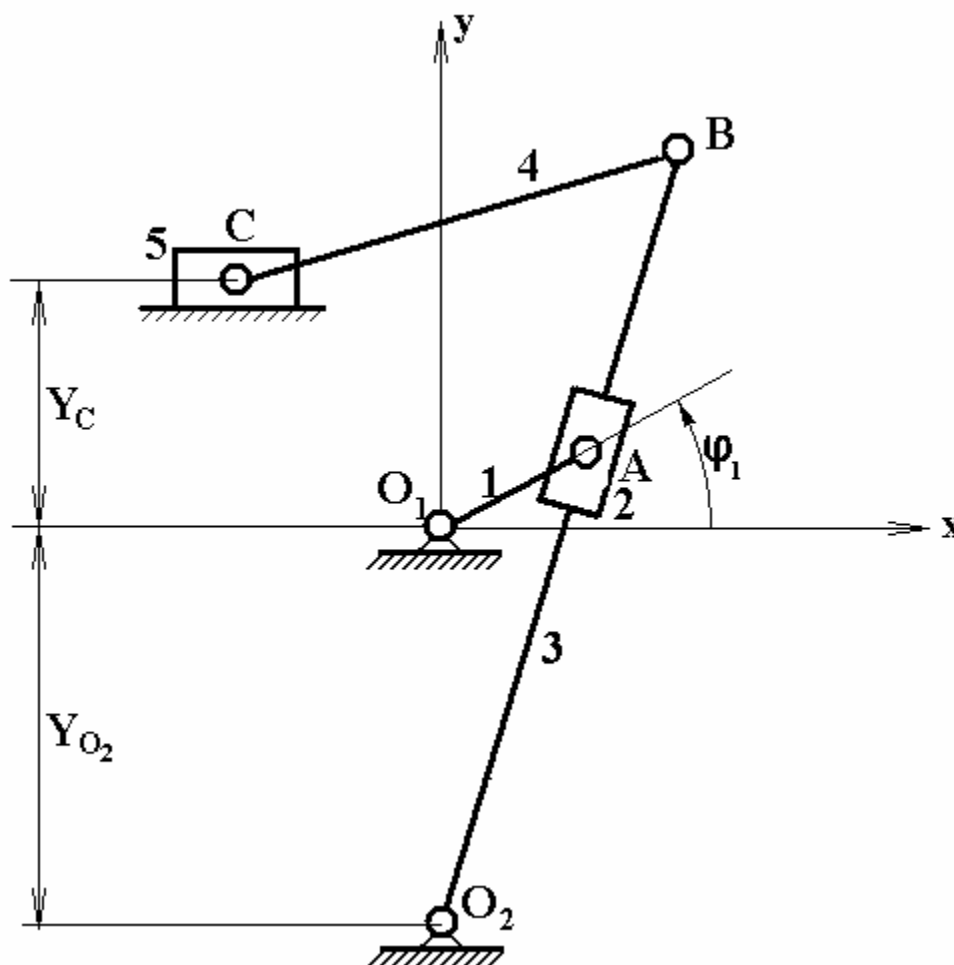


Рис.7.1 Механизм 2 класса

Проводим структурный анализ данного механизма:

$O_1 - 1$ 1-й класс, 1-й порядок;
 $\textcircled{A} - 2 - \boxed{A} - 3 - O_2$ 2-й класс, 2-й порядок, 3-я модификация (ВПВ);
 $B - 4 - \textcircled{C} - 5 - \boxed{C}$ 2-й класс, 2-й порядок, 2-я модификация (ВВП).

Механизм 2-го класса, 2-го порядка.

Исходные данные для проведения кинематического расчета механизма.

Размеры звеньев:

$$O_1A = 0.1 \text{ м}, \quad O_1O_2 = 0.25 \text{ м}, \quad O_2B = 0.4 \text{ м},$$

$$BC = 0.25 \text{ м}, \quad Y_c = 0.05 \text{ м},$$

$$\text{положение кривошипа } \varphi_1 = 30^\circ,$$

$$\text{частота вращения кривошипа } 10.0 \text{ об/с},$$

Кинематический расчет механизма начинаем с входного звена O_1A . Определяем координаты шарнира A , см. формулы (2.1) – (2.3).

$$X_A = O_1A \cos\varphi_1 = 0.1 \cdot 0.866 = 0.0866 \text{ м},$$

$$Y_A = O_1A \sin\varphi_1 = 0.1 \cdot 0.5 = 0.05 \text{ м},$$

$$X_A' = -Y_A = -0.05 \text{ м},$$

$$Y_A' = X_A = 0.0866 \text{ м},$$

$$X_A'' = -X_A = -0.0866 \text{ м},$$

$$Y_A'' = -Y_A = -0.05 \text{ м}.$$

Теперь рассматриваем группу, присоединенную к входному звену – группу третьей модификации. Для ее расчета используем сначала формулу (5.2) для определения относительного перемещения ползуна 2 по направляющей 3.

$$R = \pm \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2}.$$

В нашем случае обозначения отличаются от обозначений, принятых в формуле (5.2).

Поскольку ползун группы присоединяется к входному звену, а направляющая - к стойке, то группа имеет вторую форму сборки, и в используемой нами формуле (5.2) выбираем знак минус. В нашем случае точке A на рис.5.1 соответствует также точка A , а точке B на рис.5.1 соответствует точка O_2 . В наших обозначениях формула (5.2) будет выглядеть следующим образом:

$$AO_2 = -\sqrt{(X_A - X_{O_2})^2 + (Y_A - Y_{O_2})^2},$$

где $X_{O_2} = 0$, $Y_{O_2} = -0.25 \text{ м}$ — координаты шарнира O_2 , тогда

$$AO_2 = -\sqrt{0.0866^2 + (0.05 + 0.25)^2} = -0.31225 \text{ м}.$$

Для определения угла φ_2 вычисляем его тригонометрические функции по формулам (5.3) и (5.4). В наших обозначениях они выглядят так:

$$\cos \varphi_2 = - (X_A - X_{O_2}) / AO_2 = - 0.0866 / (-0.31225) = 0.2774,$$

$$\sin \varphi_2 = - (Y_A - Y_{O_2}) / AO_2 = - (0.05 + 0.25) / (-0.31225) = 0.9608.$$

Поскольку значения и синуса, и косинуса угла положительны, то угол φ_2 находится в первом квадранте, т. е.

$$\varphi_2 = \arcsin(0.9608) = 1.2898 \text{ рад} \quad \text{или}$$

$$\varphi_2 = \arccos(0.2774) = 1.2897 \text{ рад} \quad \text{или} \quad 73.92^\circ.$$

Расхождение в значении углов объясняется неизбежной погрешностью при вычислении, но оно не должно превышать 0.01 рад. В нашем случае расхождение составляет 0.0001 рад.

Функции положения определены, переходим к вычислению первых передаточных функций, см. формулы (5.6) и (5.7).

$$\varphi_2' = [(X_A' - X_B') \sin \varphi_2 - (Y_A' - Y_B') \cos \varphi_2] / R,$$

$$R' = -[(X_A' - X_B') \cos \varphi_2 + (Y_A' - Y_B') \sin \varphi_2].$$

В наших обозначениях с учетом того, что все передаточные функции для неподвижной точки равны нулю, эти формулы имеют вид

$$\varphi_2' = [(X_A') \sin \varphi_2 - (Y_A') \cos \varphi_2] / AO_2,$$

$$R' = -[(X_A') \cos \varphi_2 + (Y_A') \sin \varphi_2].$$

$$\varphi_2' = [(-0.05) 0.9608 - 0.0866 \cdot 0.2774] / (-0.3122) = 0.2308,$$

$$R' = -[(-0.05) 0.2774 + 0.0866 \cdot 0.9608] = -0.06933 \text{ м}.$$

Угловая скорость коромысла

$$\omega_2 = \varphi_2' \cdot \omega_1 = 0.2308 \cdot 62.8 = 14.49 \text{ } 1/\text{с}.$$

Скорость коромысла относительно ползуна

$$V_{32} = R' \omega_1 = -0.06933 \cdot 62.8 = -4.354 \text{ м/с}.$$

Вторые передаточные функции определяются из формул (5.9) и (5.10).

$$R'' = -[(X_A'' - X_B'') \cos \varphi_2 + (Y_A'' - Y_B'') \sin \varphi_2 - R(\varphi_2')^2],$$

$$\varphi_2'' = [(X_A'' - X_B'') \sin \varphi_2 - (Y_A'' - Y_B'') \cos \varphi_2 - 2R'(\varphi_2')] / R.$$

Для нашего случая

$$R'' = -[X_A'' \cos \varphi_2 + Y_A'' \sin \varphi_2 - R(\varphi_2')^2],$$

$$\varphi_2'' = [X_A'' \sin \varphi_2 - Y_A'' \cos \varphi_2 - 2R'(\varphi_2')] / R.$$

$$R'' = -[(-0.0866)0.2774 + (-0.05)0.9608 - (-0.3122)(0.2308)^2] = 0.05543 \text{ м},$$

$$\varphi_2'' = [(-0.0866)0.9608 - (-0.05)0.2774 - 2(-0.06933)(0.2308)] / (-0.3122) = 0.1196.$$

Угловое ускорение коромысла

$$\varepsilon_2 = \varphi_2'' \omega_1^2 = 0.1196 \cdot 62.8^2 = 471.68 \text{ } 1/\text{с}^2.$$

Ускорение коромысла относительно ползуна

$$a_{32}^{\tau} = R'' \omega_1^2 = 0.05543 \cdot 62.8^2 = 218.6 \text{ м/с}^2.$$

Для расчета следующей группы Ассура вычисляем параметры выходной точки, т. е. точки В. Воспользуемся формулами (3.13) – (3.18).

$$X_{D2} = X_A + AD_2 \cos \varphi_2,$$

$$Y_{D2} = Y_A + AD_2 \sin \varphi_2,$$

$$X_{D2}' = X_A' - AD_2 \sin \varphi_2 (\varphi_2'),$$

$$Y_{D2}' = Y_A' + AD_2 \cos \varphi_2 (\varphi_2'),$$

$$X_{D2}'' = X_A'' - AD_2 [\cos \varphi_2 (\varphi_2')^2 + \sin \varphi_2 (\varphi_2'')],$$

$$Y_{D2}'' = Y_A'' - AD_2 [\sin \varphi_2 (\varphi_2')^2 - \cos \varphi_2 (\varphi_2'')].$$

Для нашего случая

$$X_B = X_{O2} + O_2B \cos \varphi_2 = 0 + 0.4 \cdot 0.2774 = 0.11096 \text{ м},$$

$$Y_B = Y_{O2} + O_2B \sin \varphi_2 = -0.25 + 0.4 \cdot 0.9608 = 0.1343 \text{ м},$$

$$X_B' = X_{O2}' - O_2B \sin \varphi_2 (\varphi_2') = 0 - 0.4 \cdot 0.9608 \cdot 0.2308 = -0.0887 \text{ м},$$

$$Y_B' = Y_{O2}' + O_2B \cos \varphi_2 (\varphi_2') = 0 + 0.4 \cdot 0.2774 \cdot 0.2308 = 0.02561 \text{ м},$$

$$\begin{aligned} X_B'' &= X_{O2}'' - O_2B [\cos \varphi_2 (\varphi_2')^2 + \sin \varphi_2 (\varphi_2'')] = \\ &= 0 - 0.4 [0.2774 (0.2308)^2 + 0.9608 \cdot 0.1196] = -0.05188 \text{ м}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_B'' &= Y_{O2}'' - O_2B [\sin \varphi_2 (\varphi_2')^2 - \cos \varphi_2 (\varphi_2'')] = \\ &= 0 - 0.4 [0.9608 (0.2308)^2 - 0.2774 \cdot 0.1196] = -0.0072 \text{ м}. \end{aligned}$$

Переходим к расчету второй группа Ассура – группы второй модификации. Воспользуемся формулами для частного случая второй модификации при горизонтальном движении ползуна.

Для вычисления перемещения ползуна используем формулу (4.13).

$$X_B = X_A \pm \sqrt{R_2^2 - (Y_A - Y_B)^2}.$$

В наших обозначениях

$$X_C = X_B - \sqrt{BC^2 - (Y_B - Y_C)^2} = 0.11096 - \sqrt{0.25^2 - (0.1343 - 0.05)^2} = -0.1244.$$

Для вычисления функций угла φ_4 используем формулы (4.15) и (4.16).

$$\cos\varphi_2 = (X_B - X_A) / R_2.$$

В наших обозначениях

$$\cos\varphi_4 = (X_C - X_B) / BC = (-0.1244 - 0.11096) / 0.25 = -0.9414.$$

По косинусу определяем угол. Дополнительный угол 19.7° .

$$\sin\varphi_2 = (Y_B - Y_A) / R_2.$$

В наших обозначениях

$$\sin\varphi_4 = (Y_C - Y_B) / BC = (0.05 - 0.1343) / 0.25 = -0.3372.$$

По синусу угла определяем угол. Дополнительный угол 19.7° . Поскольку значения синуса и косинуса угла отрицательны, то угол лежит в третьей четверти, следовательно,

$$\varphi_4 = 180 + 19.7 = 199.7^\circ.$$

Определяем первые передаточные функции по формулам (4.18) и (4.19).

$$\varphi_2' = -Y_A' / (R_2 \cos\varphi_2).$$

В наших обозначениях

$$\varphi_4' = -Y_B' / (BC \cos\varphi_4) = -0.02561 / (0.25 (-0.9414)) = 0.1088.$$

$$X_B' = X_A' - R_2 \sin\varphi_2(\varphi_2').$$

В наших обозначениях

$$X_C' = X_B' - BC \sin\varphi_4(\varphi_4') = -0.0887 - 0.25 (-0.3372) \cdot 0.1088 = -0.07952 \text{ м.}$$

Угловая скорость четвертого звена

$$\omega_4 = \varphi_4' \omega_1 = 0.1088 \cdot 62.8 = 6.8326 \text{ 1/с.}$$

Скорость поступательного движения ползуна.

$$V_C = X_C' \omega_1 = -0.07952 \cdot 62.8 = -49.938 \text{ м/с.}$$

Определяем вторые передаточные функции по формулам (4.23) и (4.24)

$$\varphi_2'' = -[Y_A'' - R_2 \sin\varphi_2(\varphi_2')^2] / (R_2 \cos\varphi_2).$$

В наших обозначениях

$$\varphi_4'' = - [Y_B'' - BC \sin\varphi_4 (\varphi_4')^2] / (BC \cos\varphi_4) =$$

$$= [-0.0072 - 0.25(-0.3372) 0.1088^2] / (0.25 \cdot 0.9414) = -0.02635.$$

$$X_B'' = X_A'' - R_2 \cos\varphi_2 (\varphi_2')^2 - R_2 \sin\varphi_2 (\varphi_2'').$$

В наших обозначениях

$$X_C'' = X_B'' - BC \cos\varphi_4 (\varphi_4')^2 - BC \sin\varphi_4 (\varphi_4'') =$$

$$= -0.05188 - 0.25 (-0.9414) \cdot 0.1088^2 - 0.25 (-0.3372) (-0.02635) = -0.0513 \text{ м.}$$

Угловое ускорение шатуна 4

$$\varepsilon_4 = \varphi_4'' \omega_1^2 = -0.02635 \cdot 62.8^2 = -103.92 \text{ } 1/c^2,$$

Ускорение ползуна 5

$$a_5 = X_C'' \omega_1^2 = -0.0513 \cdot 62.8^2 = -202.319 \text{ М/с}^2.$$

Для удобства проверки результатов расчета на компьютере составляем таблицу проверяемых параметров.

Группа	Проверяемый параметр	Значение параметра
1-я группа (3-й модификации)	φ_2	73.9°
	$R \cdot (AO_2)$	-0.3122
	φ_2'	0.2308
	R'	-0.06934
	φ_2''	0.01195
	R''	0.05543
Выходная точка	X_B	0.1109
	Y_B	0.1343
	X_B'	-0.0887
	Y_B'	0.02871
	X_B''	-0.05188
	Y_B''	-0.0072
2-я группа (2-й модификации)	φ_4	199.7
	X_C	-0.1244
	φ_4'	0.1088
	X_C'	-0.0795
	φ_4''	-0.02636
	X_C''	-0.0513